

## 基于三维拓扑优化的智能设计理论与方法

张严<sup>1</sup> 肖蜜<sup>1</sup> 李好<sup>1</sup> 高杰<sup>1</sup> 高亮<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> 华中科技大学机械科学与工程学院数字制造装备与技术国家重点实验室 430047

\*[gaoliang@mail.hust.edu.cn](mailto:gaoliang@mail.hust.edu.cn)

**摘要：**随着国家制造业向高精度与高智能化方向发展，传统的结构优化设计方法与制造模式已无法满足现代制造业的发展与应用需求，建立科学的智能优化设计体系已迫在眉睫。基于三维拓扑优化的智能优化设计体系包括智能化设计、智能化制造与应用三个层面，该体系中智能优化设计以 3D 拓扑优化为核心，能以较少的先验决策得到最优的结构设计，智能化制造以 3D 打印技术为核心，可对利用智能优化设计出的任意复杂形状的零件进行快速精密的制造。该体系实现产品从概念设计阶段到制造阶段的无缝链接，建立结构设计与制造的一体化和智能化模式。最后针对 3D 智能优化设计，在单工况、多工况、频率响应以及可制造性四个方面给出典型案例，并提出几点未来值得研究的方向。

**关键词：**拓扑优化； 智能化设计； 多工况； 频率响应； 可制造性；

## Intelligent Design Theory and Method Based on 3D Topology Optimization

Yan Zhang<sup>1</sup> Mi Xiao<sup>1</sup> Hao Li<sup>1</sup> Jie Gao<sup>1</sup> Liang Gao<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>The State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 430047

\*[gaoliang@mail.hust.edu.cn](mailto:gaoliang@mail.hust.edu.cn)

**Abstract:** With manufacturing industry developing in the direction of high precision and high intelligence, traditional structural optimization design method and manufacturing mode have been unable to meet the demand of the development and application in modern manufacturing industry. It is imminent to establish the scientific system of intelligent optimization design. The intelligent optimization design system based on 3D topology optimization includes intelligent design, manufacture and application. The intelligent optimization design based on 3D topology optimization can get the optimal structure design with minimal a priori decisions. The intelligent manufacturing to 3D printing technology as the core can rapidly and precisely produce parts of any complex shape designed by the intelligent optimization method. The system realizes the seamless link from the concept design stage to the manufacturing stage of the product, and establishes the integrated and intelligent model of structural design and manufacture. Finally, according to the 3D intelligent optimization design, some research results of single loading cases, multiple loading cases, structural frequency response and manufacturability are presented, and several research directions in the future are given.

**Key Words:** topology optimization, intelligent design, multiple loading cases, frequency response, manufacturability.

### 1. 引言

结构设计存在于工程的各个领域，科学、合理的结构是工程项目安全性与稳定性的重要保证。传统的结构设计主要采用经验式设计方式，即通过反复进行经验设计-实验校核使结

构满足设计要求，成本高昂，费时费力，特别是对于创新型结构设计，传统的经验式设计更显得束手无策，且传统的经验式设计方式仅能为我们提供一种“满意”的结构设计方案，即保证结构的安全性。随着国家制造业的高精度、高智能化的发展需求，结构设计需要“最优”的方案，即兼顾结构的安全、质量以及经济性等多方面性能。基于三维拓扑优化的智能设计理论与方法利用科学合理的手段，以最低的成本、最少的耗材和最短的周期实现最佳性能的结构设计，对于大规模、复杂性和创新性的结构设计效果明显。

2. 基于三维拓扑优化的智能设计体系

基于三维拓扑优化的智能设计体系如图 1 所示，该体系包含智能化设计、智能化制造和智能化应用三个方面。首先针对智能优化设计，该部分是为了消除传统结构优化设计的缺陷，如人为干扰因素，基于先进的 3D 拓扑优化设计理念，利用有限元技术、数值计算和优化方法，在给定的设计空间内，寻求满足各种约束条件（如应力、位移、频率和重量等），使目标函数（刚度、重量等）达到最优的材料布局形式，相比传统的经验式设计，能够基于特定的需求，科学、合理、智能化的计算出最优结构形式。

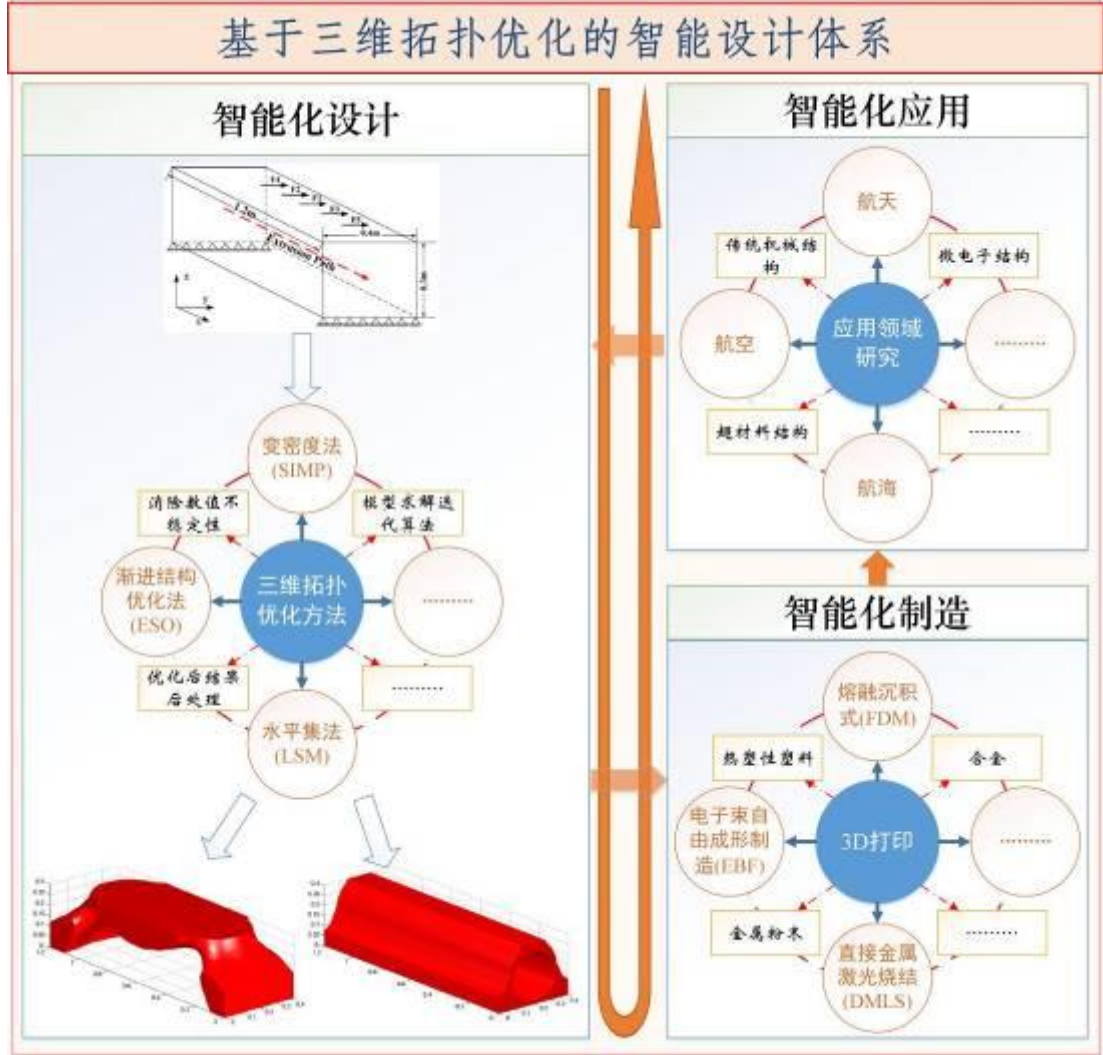


图 1 基于三维拓扑优化的智能设计体系

其次针对智能化制造，以 3D 打印技术为核心，实现最优结构的快速制造，又称“增材制造(Additive Manufacturing, AM)技术”，是以数字模型为基础，将材料逐层堆积制造出实体物品的一种新兴智能化制造技术。采用拓扑优化方法能够实现产品在概念设计阶段得到结构的最优形式，结合先进的 3D 打印制造模式，能够实现产品结构从概念设计阶段到制造阶

段均能够消除人为干扰等不可控因素,进而实现产品从概念到制造的智能化设计模式。最后基于三维拓扑优化的智能设计方法能够较好的解决基于经验式设计所面临的一系列难题,其相关研究成果广泛应用于航空、航天、航海、汽车工业、能源工业等领域。

### 3. 国内外研究概况

#### 3.1 拓扑优化方法

Bendsøe 和 Kikuchi<sup>[1]</sup>首次采用均匀化方法进行连续体结构拓扑优化设计,建立了以材料体积分数为约束条件的结构柔度最小化优化模型。此后, Suzuki 和 Kikuchi<sup>[2]</sup>, Guedes 和 Kikuchi<sup>[3]</sup>对均匀化方法进行了完善和推广。但以微结构尺寸和角度作为设计变量时,均匀化方法存在计算量大,敏度求解复杂,难以通过算法的改进提高求解效率等缺点。Bendsøe 和 Sigmund 等<sup>[4-5]</sup>率先对均匀化方法的改进形式进行了探索,形成了变密度法理论体系,其中最典型的为 SIMP 方法,基本思想是引入一种在[0,1]区间内连续变化的人工单元密度。基于 SIMP 的拓扑优化从最初的结构刚度优化设计,迅速发展到了柔性机构优化设计、几何非线性优化设计、可靠性优化设计以及动力学优化设计等各类问题,获得了令人满意的新颖设计方案,是拓扑优化领域应用最为广泛的方法之一。ESO 方法由 Xie 和 Steven<sup>[6]</sup>在 1993 年提出,相较于 SIMP 方法,ESO 法能够获得清晰的 0-1 材料分布。随后,该方法被进一步改进为双向进化结构优化法(BESO: Bi-directional Evolutionary Structural Optimization)<sup>[7]</sup>。ESO 方法符合工程直观性,应用简单方便,目前已被成功用于解决不同类型的拓扑优化问题<sup>[8]</sup>。

为实现结构边界的连续性,将传统的形状优化引入到拓扑优化中,以水平集模型构建结构边界,将结构的几何边界嵌入到高一维的隐函数中,并利用合适的速度场驱动边界演化。由 Sethian 和 Wiegmann<sup>[9]</sup>于 2000 年首次将水平集方法引入结构拓扑优化领域。随后, Osher 和 Santosa<sup>[10]</sup>采用水平集方法对由两种材料组成的鼓膜开展了特征频率拓扑优化研究, Allaire 等<sup>[11]</sup>利用类似的思路研究了结构特征频率和柔性机构的拓扑优化设计问题。由于传统水平集方法在求解 Hamilton-Jacobi 偏微分方程所面临的数值计算困难, Xia 等<sup>[12]</sup>提出一种半拉格朗日的方法解决基于水平集的结构拓扑形状优化设计问题,摆脱了迭代步长限制,提高了优化效率。Luo 等<sup>[13]</sup>将半隐式格式的加性分离算子引入水平集方法,提升结构拓扑形状优化的计算效率和收敛速度。

#### 3.2 面向拓扑优化的 3D 打印技术

拓扑优化技术能以最小的先验决策得到最优的设计方案,然而,由于其最优结构的复杂性,使拓扑优化技术的研究一直处于理论研究阶段<sup>[14]</sup>。3D 打印技术是采用材料逐渐累加的方法制造实体零件的技术,相对于传统的材料去除-切削加工技术,是一种“自下而上”的制造方法,可以快速精密地制造出任意复杂形状的零件,为结构设计提供了更多自由度<sup>[15]</sup>。因此,3D 打印技术加速了拓扑优化技术向应用的转化,同时拓扑优化技术也可拓展 3D 打印技术的应用范围,充分发掘 3D 打印技术的加工潜力<sup>[16]</sup>。针对面向拓扑优化的 3D 打印技术, Brackeet 等<sup>[17]</sup>详细分析了面向 3D 打印的拓扑优化所面临的各种问题,如在优化模型中如何实现性能最优且便于利用 3D 打印技术制造即具有最大几何特征的结构,基于 SIMP 方法的中间密度区域如何制造。Langelaar 等<sup>[18]</sup>为了得到便于 3D 打印技术加工的最优结构,在基于传统密度方法的拓扑优化程序中加入制造过滤约束。Langelaar 等<sup>[19]</sup>基于分层过滤方法提出了一种新的拓扑优化模型,包含指定的增材制造加工约束,使得到的最优设计结构具有自支撑结构,便于后续的加工,同时减少了加工成本。Gaynor 和 Guest 等<sup>[20]</sup>在拓扑优化过程中引入 V 形空间过滤器,以确保在设计结构的底层有足够的材料, Leary 等<sup>[21]</sup>提出用额

外的机构加固原有的最优结构，以便最终的结构具有完全自支撑特性，便于后续的 3D 打印制造。李涤尘等<sup>[22]</sup>认为基于增材制造材料可控逐点堆积的原理，发展“宏微结构一体化制造”是实现“材料-设计-制造”一体化的方向，并探索了不同材料由点到面再到体的材料堆积成形的共性科学规律，面向金属、陶瓷和符合材料，融合冷热加工过程，实现了构件的控形控性制造。

### 3.3 拓扑优化应用

**多工况结构拓扑优化：**多工况下的结构刚度优化是一类典型的工程应用问题，其本质是在不同工况所对应的最佳刚度分布路径中寻求一种满足设计需求的折衷方案<sup>[23]</sup>。Bendsøe 等<sup>[23]</sup>以结构加权柔度最小化为目标，研究了多工况下材料属性及其分布的优化设计问题。Luo 等<sup>[24]</sup>提出了模糊-宽容多层序列多目标优化方法解决多工况连续体结构拓扑优化问题，隋允康等<sup>[25]</sup>采用 ICM 方法研究了基于应力和位移约束的多工况下结构重量最轻的拓扑优化设计

**结构频率响应拓扑优化：**随着工程设计要求的提高，对结构进行振动和噪声控制具有重要的应用价值。截至目前，对于结构频率响应拓扑优化问题的研究十分有限，相关关键技术研究仍然处于探索阶段：Ma 等<sup>[26]</sup>率先采用均匀化方法对以结构动态柔度（Dynamic Compliance）最小化为优化目标的频率响应问题进行了研究。Jog<sup>[27]</sup>研究了周期性激振力作用下的二维结构频率响应优化问题，分别采用了两种优化指标，即动态柔度和局部点响应。Jensen<sup>[28]</sup>采用 Padé 逼近计算结构频率响应指标，并基于伴随法推导了优化问题灵敏度的解析形式，解决了宽频带下的结构频率响应拓扑优化问题。

**挤压成型结构拓扑优化：**为保证拓扑优化设计结果能够被挤压成型工艺所制造，Zhou 等<sup>[29]</sup>提出了面向挤压成型工艺的拓扑优化模型，额外引入了制造工艺约束。Ishii 和 Aomura<sup>[30]</sup>利用均匀化方法解决了挤压成型结构拓扑优化问题。Yamada 等<sup>[31]</sup>研究了拓扑优化问题中截面一致性约束的处理机制，其在水平集方法中引入一种虚拟界面能，通过调整其中的正则化参数来控制优化结果的截面几何形状。

## 4. 三维智能优化设计典型案例

基于径向基函数（CSRBF）和离散小波分解（DWT）的参数化水平集方法在保留了标准水平集方法所有的优点的基础上，克服了其应用上的不足，是目前最具优势和潜力的拓扑优化方法，本文将基于 CSRBF 和 DWT 的参数化水平集的三维拓扑优化智能设计方法分别应用到单工况、多工况、频率响应以及考虑可制造性（挤压约束）等不同工程应用中，均得到了较理想的研究成果。

### 4.1. 单工况结构拓扑优化

三维悬臂梁的设计空间如图 2 所示，左端固支，右端作用集中载荷  $F$ 。优化目标为最小化结构柔度，约束条件为体积分数不高于 50%。

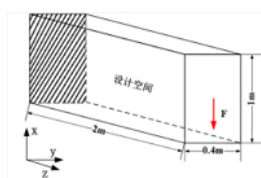


图 2 三维悬臂梁的设计空间

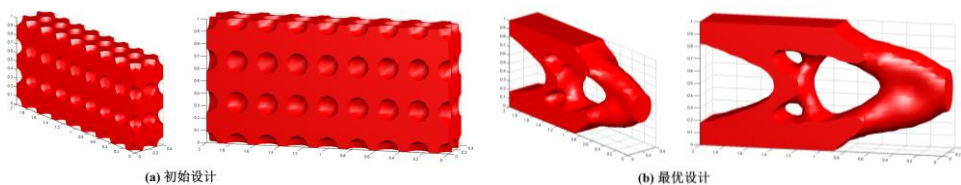


图 3 三维悬臂梁的初始设计与最优设计

三维悬臂结构的初始设计和最优设计如图 3 所示，可知结构在满足约束条件下，最优设计同时具有光滑、清晰的结构边界。

### 4.2. 多工况结构拓扑优化

针对多工况下的结构拓扑优化问题。三维支撑结构的设计空间及边界条件如图 4 所示。结构承受两种工况载荷：第一种工况如  $F_1$ ；第二种工况如  $F_2$ 。



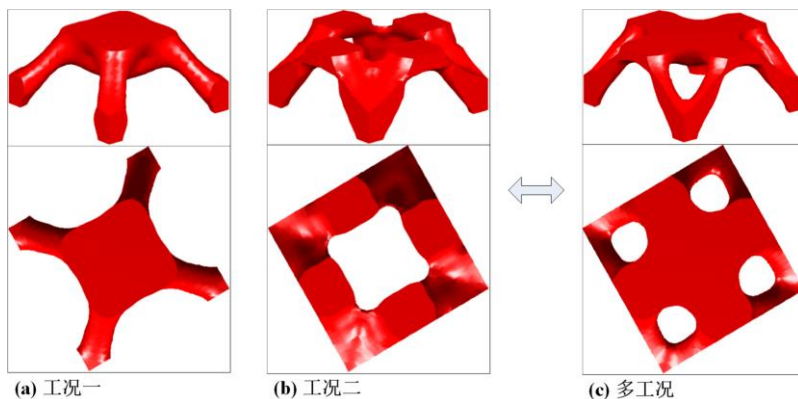
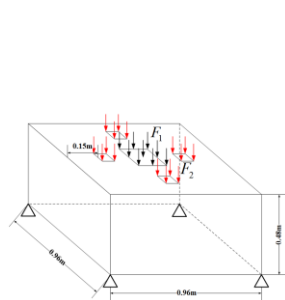


图 4 三维支撑结构的设计空间

图 5 单工况和多工况作用下的最优结构拓扑

工况一、工况二以及多工况作用下的最优结构拓扑如图 5 所示，可以明显看出多工况下的结构拓扑实质是两种工况综合作用所产生的拓扑优化结果。

#### 4.3. 结构频率响应拓扑优化

针对结构频率响应拓扑优化问题所考虑的三维结构如图 6 所示。外部激振力  $F_t$  作用于结构中心  $P$ 。优化目标为在特定激励频带内优化结构全局的频率响应。

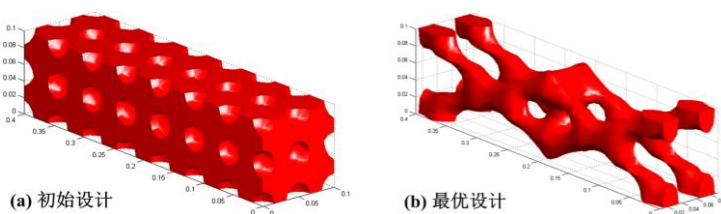
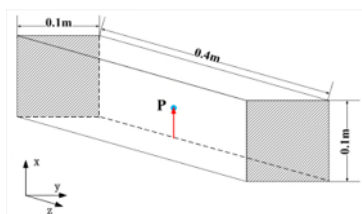


图 6 实例六的设计空间

图 7 初始设计与最优设计

图 6 为三维结构全局频率响应拓扑优化的初始设计和最优设计。即本文所提出方法能够有效降低三维结构全局频率响应，提高其整体的振动性能。

#### 4.4. 挤压成型结构拓扑优化

针对考虑可制造性约束的结构优化设计问题。设计空间如图 2 所示，优化目标为最小化结构柔度，约束条件为体积分数不高于 50%。同时要求拓扑优化设计结构沿  $Y$  轴方向具有相同的截面形式。具体结构如图 8 所示。

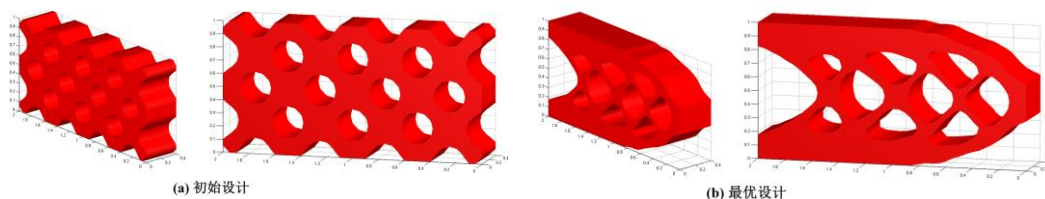


图 8 单工况悬臂梁的初始设计与最优设计

### 5. 展望

本文仅在基于三维拓扑优化的智能设计领域进行了初步研究，还有许多研究问题有待探索和完善，作者初步认为如下几点是未来值得研究的几个方向：

(1) **拓扑优化系统**：当前并没有一套成熟的系统集成了基于参数化水平集的结构拓扑优化方法，因此开发一套基于参数化水平集的结构拓扑优化系统将是未来研究的重点。

(2) **可制造性约束的组合**：复杂的机械结构通常需要满足多种加工特征，因此研究这些可制造性约束的组合将更贴近实际加工现状，也是本领域未来的重要研究方向。

(3) **超材料设计**：逆均匀化理论的发展使得拓扑优化技术成为了超材料设计的一项重要手段，因此使得基于拓扑优化的超材料设计成为了未来研究的热点和重点。

## 参考文献

- [1] Bendsøe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 71: 197-224.
- [2] Suzuki K, Kikuchi N. A homogenization method for shape and topology optimization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991, 93(3): 291-318.
- [3] Guedes J M, Kikuchi N. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, 83(2): 143-198.
- [4] Sigmund O. Design of material structures using topology optimization[D]. Technical University of Denmark Academic, 1994.
- [5] Bendsoe M P, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. Archive of Applied Mechanics, 1999, 69(9-10): 635-654.
- [6] Xie Y M, Steven G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization[J]. Computers & Structures, 1993, 49(5): 885-896.
- [7] Querin O, Steven G, Xie Y. Evolutionary structural optimization (ESO) using a bi-directional algorithm[J]. Engineering Computations, 1998, 15(8): 1031-1048.
- [8] 顾松年, 徐斌, 荣见华等. 结构动力学设计优化方法的新进展[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 156-162.
- [9] Sethian J A, Wiegmann A. Structural boundary design via level set and immersed interface methods[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 163(2): 489-528.
- [10] Osher S, Santosa F. Level set methods for optimization problems involving geometry and constraints I. Frequencies of a two-density inhomogeneous drum[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 171(1): 272-288.
- [11] Allaire G, Jouve F. A level-set method for vibration and multiple loads structural optimization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 194(30-33): 3269-3290.
- [12] Xia Q, Wang M Y, Wang S Y, et al. Semi-Lagrange method for level-set-based structural topology and shape optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 31(6): 419-429.
- [13] Luo J Z, Luo Z, Tong L Y, et al. A semi-implicit level set method for structural shape and topology optimization[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(11): 5561-5581.
- [14] Zegard T, Paulino G H. Bridging topology optimization and additive manufacturing[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2015, 53(1):175-192.
- [15] Atzeni E, Salmi A. Economics of additive manufacturing for end-usable metal parts[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 62(9-12):1147-1155.
- [16] Zhu J H, Zhang W H, Xia L. Topology Optimization in Aircraft and Aerospace Structures Design[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2015:1-28.
- [17] Brackett D, Ashcroft I, Hague R. Topology optimization for additive manufacturing[J]. In: Proceedings of the solid freeform fabrication symposium, Austin, TX, 2011:348-362
- [18] Langelaar M. An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2016:1-13.
- [19] Langelaar M. Topology Optimization of 3D Self-Supporting Structures for Additive Manufacturing[J]. Additive Manufacturing, 2016.

- [20] Andrew T. Gaynor, James K. Guest. Topology optimization for additive manufacturing: Considering maximum overhang constraint[J]. Aiaa Journal, 2014, 27(39):12-12.
- [21] Leary M, Merli L, Torti F, et al. Optimal topology for additive manufacture: A method for enabling additive manufacture of support-free optimal structures[J]. Materials & Design, 2014, 63:678-690.
- [22] 李涤尘, 贺健康, 田小永,等. 增材制造:实现宏微结构一体化制造[J]. 机械工程学报, 2013, 49(6):129-135.
- [23] Bendsøe M P, Díaz A R, Lipton R, et al. Optimal design of material properties and material distribution for multiple loading conditions[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995, 38(7): 1149-1170.
- [24] Luo Z, Chen L P, Yang J Z, et al. Fuzzy tolerance multilevel approach for structural topology optimization[J]. Computers & Structures, 2006, 84: 127-140.
- [25] 隋允康, 杨德庆, 王备. 多工况应力和位移约束下连续体结构拓扑优化[J]. 力学学报, 2000, 32(3): 171-179.
- [26] Ma Z D, Kikuchi N, Hagiwara I. Structural topology and shape optimization for a frequency response problem[J]. Computational Mechanics, 1993, 13: 157-174.
- [27] Jog C S. Topology design of structures subjected to periodic loading[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 253(3): 687-709.
- [28] Jensen J S. Topology optimization of dynamics problems with Padé approximants[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 72(13): 1605-1630.
- [29] Zhou M, Fleury R, Shyy Y K, et al. Progress in topology optimization with manufacturing constraints[J]. Atlanta, AIAA/ISSMO, 2002.
- [30] Ishii K, Aomura S. Topology optimization for the extruded three dimensional structure with constant cross section[J]. JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering, 2004, 47(2): 198-206.
- [31] Yamada T, Izui K, Nishiwaki S, et al. A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(45-48): 2876-2891.