



# 轮胎辊与锥辊立磨粉磨过程力学分析

李延民, 王海鹏, 洪 楨

(郑州大学 机械工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 为了对立磨中轮胎型和锥型磨辊的粉磨过程进行分析比较, 运用微分剪切理论建立轮胎型与锥型磨辊研磨物料的数学模型: 通过建立磨辊-物料接触区域不同位置料层厚度的数学公式, 得出料层微分单元受力的平衡方程; 将方程积分得到磨辊与物料接触力及接触面积的大小。通过计算, 得出在研磨过程不同参数(料层厚度、工作压力以及磨辊偏角)与接触面积之间的关系, 并对 2 种磨辊进行比较分析。结果表明: 磨辊偏转角越大, 磨辊所受应力峰值越大; 在相同工作条件下, 轮胎辊与物料有更大的接触面积, 较小的应力峰值。

**关键词:** 微分剪切理论; 立磨; 轮胎辊; 锥辊; 力学分析

**中图分类号:** TB44 **文献标志码:** A

**文章编号:** 1008-5548(2016)06-0001-01

## Transient mechanics analysis and comparison of the tyre and cone shaped grinding rollers' grinding process

LI Yanmin, WANG Haipeng, HONG Zhen

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** In order to make a comparison between the tyre and cone shaped grinding roller's grinding process in vertical roller mill (VRM), the mathematical model of the tyre and cone shaped grinding roller based on the differential shear theory was built. The functional expression of the materials' thickness in different contact zone was also built. The equilibrium equation of the materials' differential unit and the contact force and contact area of the grinding roller by integral were obtained. By calculation, the relation between different grinding parameters (the thickness of the materials, the working force and the deflection angle of the grinding roller and the contact area) were obtained then the two kinds of grinding rollers were compared. The result shows that with the bigger deflection angle, the greater peak stress the grinding roller suffers. Under the same working condition, the tyre shaped grinding roller has bigger contact area and smaller

peak stress.

**Keywords:** differential shear theory; vertical roller mill; tyre shaped grinding roller; cone shaped grinding roller; mechanics analysis

立磨是目前广泛使用的粉末设备。在工作过程中, 磨盘在电机的带动下转动, 磨辊在自重和加压装置的压力下紧压在磨盘的料层上, 并在摩擦力的作用下自转; 物料则在磨辊和磨盘的挤压和剪切作用下被粉磨。与传统的球磨机相比, 立磨具有能耗低、效率高、铁损小等优点<sup>[1-4]</sup>。

对破碎机理的研究最早的是单颗粒破碎<sup>[5-7]</sup>, 即大颗粒物料在磨辊的持续压力下, 应力逐渐增加, 直至破碎。单颗粒破碎的相关研究比较成熟, 但是, 由于破碎模型不能考虑研磨过程中颗粒间的相互作用, 因而无法使用。之后又有学者提出料层粉碎理论<sup>[8]</sup>, 即物料不是在粉末介质间实现单颗粒破碎, 而是整体作为一个料床被粉碎。料床在高压下形成, 颗粒受到相邻的颗粒的压力作用产生断裂<sup>[9]</sup>。该理论的不足之处是未考虑到物料间的剪切作用, 而且对料床的形成机理缺乏研究。对此, 又有学者提出微分剪切理论模型, 将粉磨区的物料受力分成 2 个部分, 即料层受压缩时的弹性力以及料层间的剪切力, 并推导出了作用力的计算公式, 理论计算结果与实验结果基本吻合<sup>[10-13]</sup>。

基于此, 本文中将微分剪切理论作为计算模型, 建立轮胎型与锥型磨辊粉磨过程的瞬态数学模型, 针对不同工作参数, 计算出不同参数下的接触力与接触面积, 并对 2 种磨辊进行分析比较。

## 1 微分剪切理论

微分剪切示意图如图 1 所示。在磨辊的微小转角  $d\theta$  内, 区间  $abb'a'$  所代表的物料在由区间  $[a', b']$  移动到区间  $[b', c']$  的过程中, 竖直方向上有  $da$  的压缩量, 与此同时, 相邻区间  $ecc'b'$  中的物料也由区间  $[b', c']$  移动到区间  $[c', d']$ , 竖直方向上有  $de$  的压缩量。  $da$  与  $de$  并不相等, 用  $(da-de)$  表示相邻料层的相对压缩量,

收稿日期: 2015-09-10, 修回日期: 2016-10-27。

第一作者简介: 李延民(1964—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为机械设计、液压传动与控制。E-mail: ymli64@163.com。

这个相对压缩量就是料层间剪切力的来源。

在磨辊与物料任一接触区域物料厚度的表达式为

$$y = \frac{L}{\cos \theta} - R \quad (1)$$

式中:  $R$  为接触点处磨辊半径;  $L$  为接触点处磨辊截面圆圆心与磨盘距离;  $\theta$  为磨辊转角(设压缩量最大处磨辊转角为  $0^\circ$ )。

对公式(1)进行求导,得到料层厚度的一阶及二阶导数,

$$y' = \frac{L \cdot \sin \theta}{\cos^2 \theta}, \quad (2)$$

$$y'' = \frac{L \cdot (1 + \sin^2 \theta)}{\cos^3 \theta} \quad (3)$$

由导数的定义知,公式(2)表示料层厚度随磨辊转角的变化速度,公式(3)表示料层厚度随磨辊转角的变化加速度。

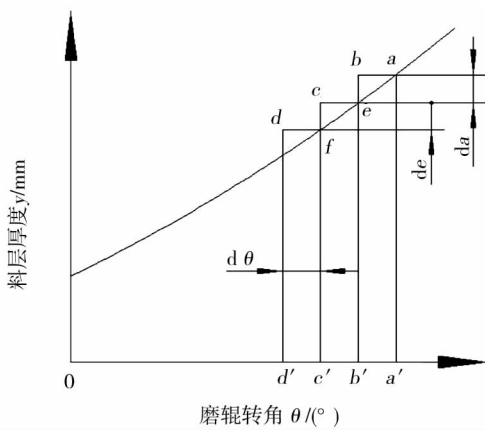


图 1 微分剪切示意图

Fig. 1 Schematic diagram of differential shear

## 2 轮胎辊研磨过程分析

### 2.1 数学模型

本文中的研究对象是磨辊对物料的压力作用以及料层间的剪切作用,为研究问题方便,做以下假设: 1)物料对磨辊的摩擦力足够大,使得磨辊-物料-磨盘接触区域任一接触点三者运动线速度相等; 2)忽略重力作用。

以  $d\theta$  区间内的料层为研究对象,在磨辊转过  $d\theta$  角度时,物料受到的瞬时法向力为

$$F = F_1 + F_2 \quad (4)$$

式中:  $F_1$  为料层受压缩时的弹性力;  $F_2$  为料层受到相邻料层的剪切力。

为了保证物料能够顺利进入粉磨区,磨辊与磨盘间有一定夹角,图 2 为轮胎辊粉磨截面图。假设初始状态磨辊与水平面有  $75^\circ$  的夹角,在此基础上以  $O$  点

为圆心磨辊向外偏转  $\varphi$ 。同时,沿磨辊轴向不同位置的磨辊截面圆半径也不相同,因此,还需要在磨辊轴向取微分单元。

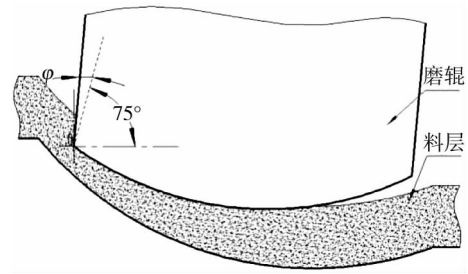


图 2 粉磨截面图(轮胎辊)

Fig. 2 Section view of grinding (tyre shaped grinding)

轮胎辊宽为 220 mm,外截面直径为 410 mm,边缘为球形,半径为 215 mm。以图 2 中的磨辊位置为初始位置,当磨辊沿  $O$  点逆时针转动  $\varphi$  时,球心横坐标  $k$  为

$$k = 215 \cos\left(\frac{\pi}{2} + (\varphi - 15) \frac{\pi}{180} - \arcsin\left(\frac{110}{215}\right)\right) \quad (5)$$

截面圆半径与水平方向位置  $x$  的关系为

$$R(x) = \sqrt{215^2 - (x - k)^2} \quad (6)$$

根据公式(1)~(6)可以得到物料料层微元受力的方程为

$$dF_1(x, \theta) = \left[ \frac{y(\theta_0) - y(\theta)}{y(\theta_0)} \right] E R(x) dx d\theta, \quad (7)$$

$$dF_2(x, \theta) = 0.5 y(\theta_0) y''(\theta_0) G dx d\theta, \quad (8)$$

式中:  $y(\theta_0)$  为料层被拉入时的初始厚度;  $y(\theta)$  为  $\theta$  处的料层厚度;  $E$  为料层的弹性模量;  $G$  为料层的剪切模量。

将式(1)、(3)式代入(7)、(8)式得

$$dF(x, \theta) = \left[ 1 - \frac{L}{y(\theta_0) \cos \theta} + \frac{R}{y(\theta_0)} \right] E R(x) dx d\theta + 0.5 \left( \frac{L}{\cos \theta} - R \right) \frac{L(1 + \sin^2 \theta)}{y \cos^3 \theta} G dx d\theta \quad (9)$$

将式(9)在接触范围内积分,即可得到磨辊对物料压力值的大小:

$$F = \int_{x_0}^{x_n} \int_{\theta_0}^{\theta_n} \left[ 1 - \frac{L}{y(\theta_0) \cos \theta} + \frac{R}{y(\theta_0)} \right] E R(x) dx d\theta + \int_{x_0}^{x_n} \int_{\theta_0}^{\theta_n} 0.5 \left( \frac{L}{\cos \theta} - R \right) \frac{L(1 + \sin^2 \theta)}{y \cos^3 \theta} G dx d\theta \quad (10)$$

物料微分单元与磨辊的接触面积为

$$dS(x, \theta) = R(x) dx d\theta \quad (11)$$

在接触范围内积分,得到磨辊与物料总的接触面积为:

$$S = \int_{x_0}^{x_n} \int_{\theta_0}^{\theta_n} R(x) dx d\theta \quad (12)$$

在公式(7)~(12)中,  $E$  与  $G$  借用了材料力学中弹性模量与剪切模量的概念,表示物料在封闭状态下

受压力与剪切作用时所表现出的应力与应变的关系,具体数值受料层密实度和含水量影响很大,并且随应力状态的变化呈非线性变化,根据文献[14]的实验结果,此处设置  $E=900$  MPa,  $G=450$  MPa。

## 2.2 程序处理

在立磨工作中磨辊对物料的压力由磨辊自重与加压装置共同提供,加压装置在保证研磨力的同时还有一定的缓冲作用,因此,在实际工作中料层受到的总研磨力基本稳定。

微分剪切理论只能计算特定位置磨辊与物料的接触力与接触面积,不能根据压力值确定磨辊位置,因此,在 MATLAB 中对计算模型做如下处理:

```
dh=0; FE=2×10-5;
While F<FE
F=0; area=0;
for x=0:0.1:220cos((t-15)×π/180)
***** (略)
dh=dh+0.1;
end
```

其中,  $FE$  为系统设定压力,  $dh$  为磨辊下降距离,  $F$  与  $area$  分别表示研磨力与接触面积大小。在每个 while 循环内, for 语句会计算  $F$  与  $area$  值, 之后 while 语句会将  $F$  与  $FE$  值做对比, 若  $F < FE$ , 则说明压力值小于设定值, 磨辊会下沉 0.1 mm 开始新一轮的计算, 直到  $F > FE$  为止。计算结果只有 0.1 mm 的位置误差。

## 2.3 结果分析

当研磨力为 200 kN 时, 磨辊倾角对接触面积的影响如图 3 所示。从图中可以看出, 随着磨辊倾角的增大, 接触面积基本呈线性减小趋势; 同时, 接触面积随料层厚度的增加而增大; 当磨辊倾角  $\phi$  为 40 时, 研磨力对接触面积的影响如图 4 所示。从图中可以看出, 接触面积同样随料层厚度的增加而增大, 并且随着研磨力增大, 接触面积基本呈线性增大趋势。

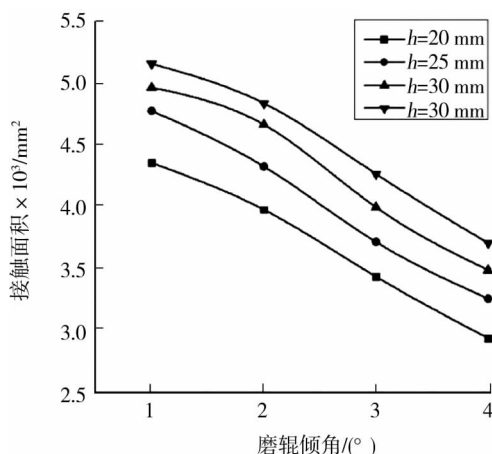


图 3 磨辊偏转角对接触面积的影响

Fig. 3 Influence of deflection angle on contact area

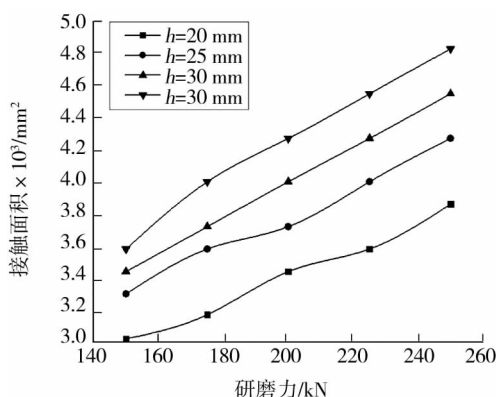


图 4 工作压力对接触面积的影响

Fig. 4 Influence of working force on contact area

在研磨力恒定的情况下, 料层厚度增加会引起接触面积的增大, 说明瞬时作用下被研磨的物料量增多, 单颗物料受到的研磨力会随之减小, 在达到出磨粒度要求前会经过更多次的循环, 但同时磨辊单位面积受到的压力也会减小。

磨辊轴向每隔 0.1 mm 取一段, 在研磨力为 200 kN、料层厚度为 20 mm 的情况下, 求得每段最底部所受应力大小, 计算得到如图 5 所示的轮胎辊受力分布图。从图中可以看出, 轮胎型磨辊轴向受力呈抛物线型, 应力从中间到两端逐渐减小; 磨辊转角对受力有很大影响, 随着转角增大, 磨辊受力抛物线向外偏移, 接触区域逐渐减小, 应力峰值增大。因此, 磨辊的偏转虽然会方便物料进入研磨区, 但过大的偏转角度会引起磨辊的受力过分集中, 对磨辊有一定的损害。故此, 在设计及使用中, 磨辊的偏转角度不宜过大。

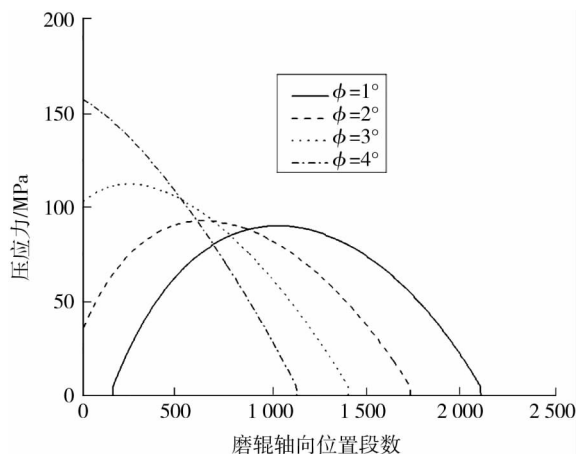


图 5 轮胎磨辊受力分布图

Fig. 5 Diagram of tyre grinding roller's force distribution



### 3 锥辊研磨过程分析

锥辊也是工程常见的磨辊类型<sup>[15-16]</sup>,同轮胎辊一样,锥辊在使用中磨辊进料侧通常会向外偏转一定角度 $\varphi$ 以便于物料顺利进入粉磨区,锥辊粉磨截面图如图6所示,其中的磨辊会在 $O$ 点为圆心逆时针偏转 $\varphi$ 。

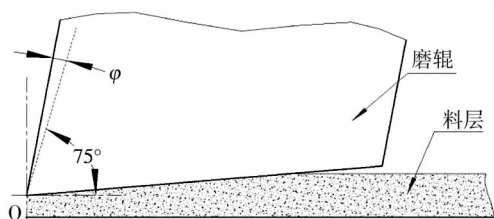


图6 粉磨截面图(锥辊)

Fig. 6 Section view of grinding (cone shaped grinding)

偏转角度 $\varphi$ 同样会对磨辊的受力与接触状况造成影响。用同样的方法建立数学模型,锥辊的中径为210 mm,宽为220 mm,锥角为75°。

当磨辊研磨力为200 kN时,磨辊倾角对接触面积的影响如图7所示。从图中可以看出,同轮胎辊相同,锥辊与物料的接触面积同样随磨辊倾角的增大而逐渐减小,并且随料层厚度的增加而增大,但是,对比相同工作状态下二者的接触面积,可以看到在相同的工作压力及磨辊倾角下,锥辊的接触面积要比轮胎辊的小,说明锥辊单位面积受力比较大。

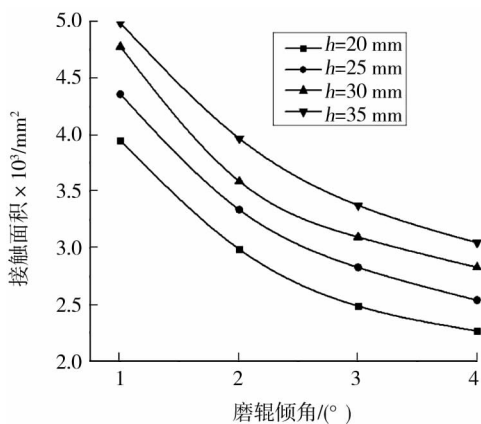


图7 磨辊偏转角对接触面积的影响

Fig. 7 Influence of deflection angle on contact area

当磨辊倾角为40°时,研磨力对接触面积的影响如图8所示。由图可知,接触面积随研磨力的增大呈线性增大趋势。

在研磨力为200 kN、料层厚度为20 mm的情况

下,磨辊轴向每隔0.1 mm取段,计算得到如图9所示的锥辊受力分布图。

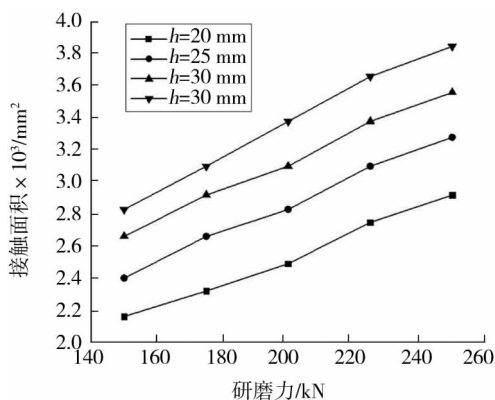


图8 工作压力对接触面积的影响

Fig. 8 Influence of working force on contact area

图9表明,锥辊轴向受力呈线性变化,磨辊受力从外到内逐渐减小,随着磨辊偏转角度的增大,磨辊的轴向受力区逐渐减小,最大应力增大。同时,与图5进行对比可以看出,相同工作条件下锥辊轴向受力距离要短,受力峰值比轮胎辊的大。

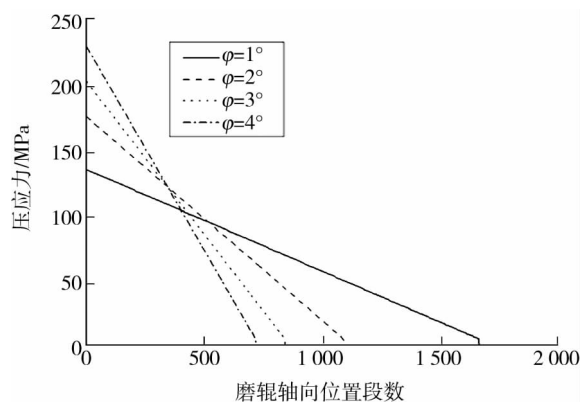


图9 锥辊受力分布图

Fig. 9 Diagram of cone grinding roller's force distribution

### 4 结论

本文中研究了立式磨粉机粉磨机理,基于微分剪切理论分别建立了轮胎辊与锥辊研磨过程的数学模型,求得研磨力与接触面积的计算公式,并在MATLAB中编写了计算程序。通过计算分析得到以下结论:

1)磨辊-物料接触面积随着料层厚度和研磨力的增大而增大;

2)磨辊的偏转角越大,磨辊与物料的接触面积越小,受力峰值越大,过大的磨辊偏转角度会引起磨辊的受力集中,对磨辊不利;

3)相同的工作条件下,与锥辊相比,轮胎型磨辊接触面积大,单位面积受力小,受力峰值也比较小。因此结论认为轮胎辊相比而言有一定的使用优势。

### 参考文献(References):

- [1] 李剑. 大型立磨机身立柱的有限元分析[D]. 重庆:重庆大学, 2008.
- [2] 杨林建, 吴先文, 冯锦春, 等. 基于 ANSYS 的大型立磨机机身立柱改造研究[J]. 机械设计与制造, 2011(8):160-162.
- [3] 胡其涛. 立磨关键部件有限元分析[D]. 武汉:武汉理工大学, 2009.
- [4] 邹伟斌. 我国水泥粉磨技术现状调查分析(一)[J]. 新世纪水泥导报, 2014(4):2-12.
- [5] 王介强, 宋守志. 关于料层粉碎的理论研究[J]. 中国矿业, 1998, 7(5):48-50.
- [6] 黄泽森. 入磨粒度对立式磨系统的影响[J]. 四川水泥, 2005(2):19-20.
- [7] 聂景亮. 立式磨粉磨性能分析与仿真实验技术研究[D]. 济南:济南大学, 2011.
- [8] 王仲春. 水泥工业粉磨工艺技术[M]. 北京:中国建材工业出版社, 2000:50-73.
- [9] 张克平, 吴劲锋, 黄晓鹏, 等. 对辊粉碎机理研究进展[J]. 中国农机化学报, 2013, 34(1):73-77.
- [10] 甘建国. 高压对辊粉碎的微分剪切理论及数学模型[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3):241-248.
- [11] 刘来宝, 唐凯靖, 张礼华, 等. 粉磨方式对玄武岩作水泥混合材性能的影响[J]. 水泥, 2013(9):7-11.
- [12] 蔡改贫, 夏刘洋, 郭进山. 基于冲击实验的颗粒破碎模型微观参数分析[J]. 中国粉体技术, 2016, 22(1):65-71.
- [13] 李北星, 陈梦义, 王威, 等. 粉磨方式对铁尾矿-矿渣基胶凝材料的性能影响[J]. 硅酸盐通报, 2013, 32(8):1463-1467.
- [14] 何兆益, 黄卫, 邓学钧. 级配碎石动静弹性模量的对比研究[J]. 中国公路学报, 1998, 11(1):15-20.
- [15] 董攀辉. 新型盘辊式磨粉机及其关键部件的分析研究 [D]. 郑州:郑州大学, 2014.
- [16] 蒋江. 共同粉磨与分别粉磨对掺石灰石水泥颗粒分布及其水化性能的影响研究[D]. 南宁:广西大学, 2014.