

细说齿轮侧隙对齿轮传动精度的影响

张磊磊 范元勋

(南京理工大学, 机械工程学院, 江苏 南京 210000)

摘要: 文中通过对渐开线齿轮传动运动进行分析, 确定影响齿轮传动精度的主要因素是齿轮单向传动误差和回程误差, 进一步明确了齿轮副中的侧隙是齿轮副回差的根源所在。文中通过概率的方法建立传动链回差的一般计算公式, 并给提出了一些提高齿轮传动精度的措施和方法。

关键词: 齿轮传动; 回程误差; 概率; 传动精度

The Influence of Gear Backlash on Gear Transmission Accuracy

Leilei - Zhang, Yuan Xun - Fan

(Nanjing University of Science and Technology, College of Mechanical engineering, Jiangsu, Nanjing, China)

Abstract: Through the analysis of the involute gear transmission movement in this paper, finding out the main factors that affect the accuracy of gear transmission are the one-way transmission error and the return error in the gear. The backlash of gear pair is the main cause of the return error. Through the method of probability to establish the general formula of the transmission chain return difference, and puts forward some measures and methods to improve the accuracy of the gear transmission.

Key words: Gear transmission; return error; probability; transmission accuracy

0 前言

齿轮副的回差为齿轮在工作状态下, 齿轮副的主动轮由正向变为反向转动时, 从动轮在转角上的滞后量。对于整个传动系统, 传动链的回差为传动链的输入轴由正向变为反向转动时, 输出轴在转角上的滞后量, 记做 ΔB 。

回差作为影响齿轮传动精度的主要因素, 国内外学者在这方面也做了很多研究, 本文在前人对回差研究的基础上提出了通过概率方法控制传动链回差的办法。

国内大部分厂家生产的齿轮减速器, 由于齿轮加工制造精度低、安装不合理。导致工厂生产的齿轮传动精度达不到相应的稳定性要求, 我国精密传动相关行业使用的齿轮减速器长期以来都依赖进口。如何降低齿轮传动的回差, 提高齿轮副传动精度是未来机械设计的一个重要方向。

从回差的来源分析, 要减小传动链的回差有两条途径: 一是提高传动链各零部件的加工精度; 二是合理的分配各级回差的传动比, 合理的选择和设计轴承、键、轴、和箱体等。第一种方法需要提高齿轮加工设备的加工精度, 成本较高, 通常采用第二种方法来控制传动链回差^{[1][2]}。

1 齿轮侧隙与回差

齿轮副回程误差主要来自齿轮副中的侧隙。它指两个相配合齿轮的工作面接触时, 相邻的两个非工作齿间形成的间隙。如图 1.1 所示。

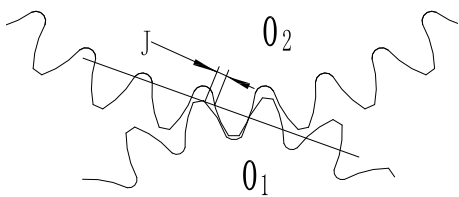


图 1.1 沿啮合线度量齿轮副侧隙

齿轮副的侧隙可以通过将齿轮副的一个齿轮固定，在另一个齿轮的分度圆切线方向上放置一个百分表然后晃动该齿轮，由百分表读出，即圆周侧隙，记为 j_t ，除此之外，还可以沿齿轮啮合线方向和轴中心距度量。

普通平行轴齿轮机构的回差有 3 种来源：一是齿轮本身的加工误差，这类误差是最基本和不能避免的，是回差的主要来源；二是装配误差，齿轮与轴、轴承和键等组成的部件安装在箱体中后，因为轴、轴承和箱体的制造和安装误差而引入，属于次要回差来源；三是使用过程中由使用环境变化带来的误差，如温度变化，齿轮的弹性变形等^[2]。上面三类回差源产生的作用依次减小。

度量得到的回差 j_t 是线值，而回差是角度值，它的大小与分度圆半径有关。所以同样的圆周侧隙换算到不同的齿轮轴上得到的回差大小不一样。一般情况下，圆周侧隙与回差符合如下关系：

$$B = \frac{j_t}{r \times 1000} \times \frac{180}{\pi} \times 60 = 3.4378 \times \frac{j_t}{r} \quad (1.1)$$

其中：B— 回差（arcmin）

j_t — 圆周侧隙（ μm ）

r— 分度圆半径（mm）

1.1 齿厚减薄对侧隙的影响

实际齿轮啮合要求有适量的齿侧间隙，以保证润滑油膜、装配误差和热胀的需要，这是由制造时的最小齿厚减薄量来保证的，齿厚减薄是齿轮回差的主要来源。

切齿径向进刀误差 ΔE_r 是在径向测得的，相当于齿轮产生 ΔE_r 的径向间隙，它引起的圆周侧隙为

$$j_{tEr} = -2\Delta E_r \tan \alpha_n \quad (1.2)$$

齿厚偏差 ΔE_s 是在分度圆柱面上，

齿厚的实际值与公称值之差，引起的圆周侧隙为 $j_{tEs} = -\Delta E_s$ 。齿轮在一周范围内公法线实际长度的平均值之差 ΔE_{wm} 称为公法线平均长度偏差，引起的圆周侧隙为 $j_{tewm} = -\Delta E_{wm} / \cos \alpha_n$ 。

1.2 轴承间隙误差对侧隙的影响

轴承内环与轴的配合间隙 ΔC_i 、轴承外环与箱体孔的配合间隙 ΔC_o 和轴承径向游隙 Δ_r 都是由轴承引入的间隙类误差，它们对齿轮副侧隙的影响相同，下面主要通过轴承径向游隙来进行分析说明轴承的间隙误差对侧隙的影响^{[3][4]}。

轴承的径向间隙 Δ_r 定义为：当轴承的外圈固定不动，内圈在垂直于轴承轴线的方向，由一个极端位置移动到另一个极端位置的移动量。轴承内环与外环同心时，轴承各处的间隙为 $\Delta_r/2$ 。但在不同的受力状态下轴承的间隙误差对侧隙的影响情况不一样。

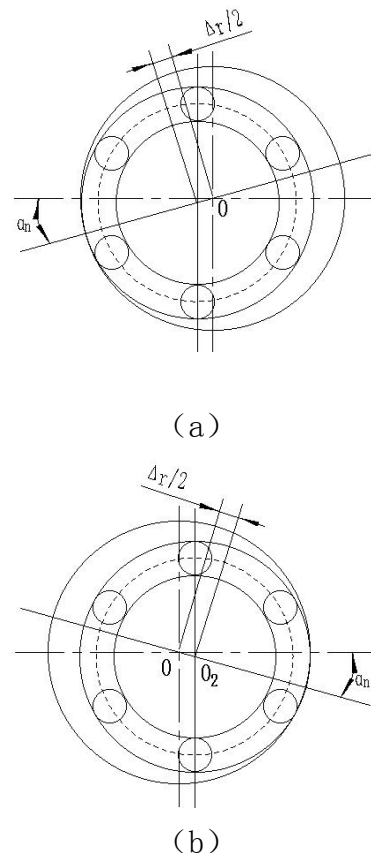


图 1.2 轴承径向游隙对齿轮侧隙的影响

一种情况是当齿轮副传递的转矩很大,使齿轮中心沿啮合线方向向外移动时,如图 1.2 (a) 所示,齿轮的中心 O 将沿啮合线方向移动 $\Delta_r/2$ 到 O_1 ; 齿轮反向旋转时,如图 1.2 (b) 所示, O 又沿反向啮合线方向移动到 O_2 。如图 1.3 所示,齿轮的中心偏移量可以分解成两个分量: 径向偏移 Δ_{rr} 和切向偏移 Δ_{rt} 。由于径向和切向偏移的作用,轴将产生一个小角度转动,是回差的一部分。

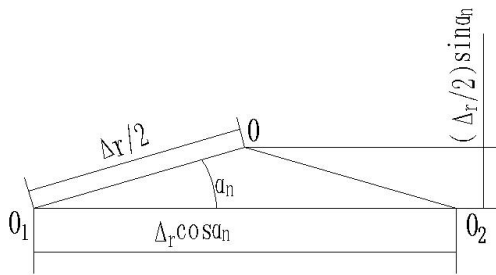


图 1.3 轴承游隙径向和切向分量与侧隙的关系

其中 $\Delta_{rr} = (\Delta_r/2) \sin \alpha_n$, $\Delta_{rt} = \Delta_r \cos \alpha_n$ 。这样由轴承径向游隙产生的圆周侧隙为:

$$j_{t\Delta r} = j_{t\Delta r_t} + j_{t\Delta r_r} = \Delta_{rt} + 2\Delta_{rr} \tan \alpha_n = \frac{\Delta_r}{\cos \alpha_n} \quad (1.3)$$

同理,轴承内环与轴的配合间隙、轴承外环与箱体孔的配合间隙所产生的圆周侧隙

$$j_{n-c} = \frac{\Delta C_{bi}}{\cos \alpha_n}, \quad j_{w-c} = \frac{\Delta C_{bo}}{\cos \alpha_n} \quad (1.4)$$

另一种情况是当齿轮上作用力较小,不足以使齿轮的中心沿啮合线方向向外移动时,齿轮中心可以处于任意位置。此时,径向侧隙的最大增量为 $\Delta_r/2$,由此产生的圆周侧隙为: $j_{t\Delta r} = \Delta_r \tan \alpha_n$ 。

轴承内环与轴的配合间隙、轴承外环与箱体孔的配合间隙所产生的圆周侧隙分别为:

$$j_{n-c} = \Delta C_{bi} \tan \alpha_n, \quad j_{w-n} = \Delta C_{bo} \tan \alpha_n。$$

1.3 箱体孔距偏差 ΔF_a 所产生侧隙的

数字特征

箱体孔距偏差会造成安装齿轮实际中心距与公称中心距不等,产生一个大小为 ΔF_a 的径向间隙,引起的圆周侧隙 $j_F = \pm 2 \Delta F_a \tan \alpha_n$ 。

1.4 键与键槽的间隙对齿轮侧隙的影响

除一些小齿轮为满足轴的强度、刚性,把齿轮和轴做成一体外,大部分齿轮和轴都还是采用键连接的形式。当齿轮与轴采用键连接时,键与轮毂和键槽间的间隙 ΔC_k 也会影响齿轮侧隙。

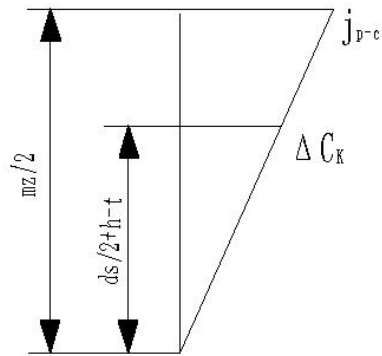
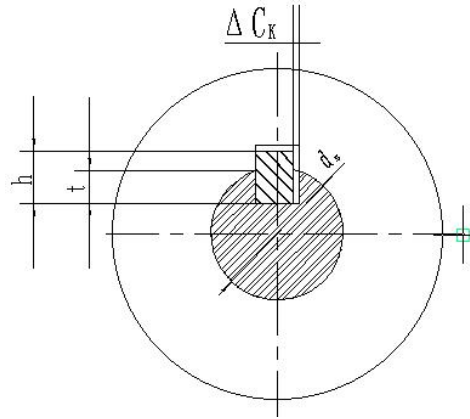


图 1.4 平键键槽间隙对齿轮侧隙的影响

齿轮采用平键连接时,产生的间隙为:

$$j_{p-c} = \frac{\Delta C_k}{\frac{d_s}{2} + h - t} \frac{mz}{2} = \frac{mz}{d_s + 2(h - t)} \Delta C_k \quad (1.5)$$

2 齿轮传动链回差综合公式

齿轮传动链的回差是将各级齿轮回差相加得出的。

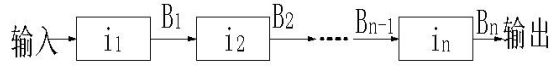


图 2.1 传动链回差传递示意图

如图 2.1 所示，令各级齿轮在本级输出轴测得回差分别为 B_1 、 $B_2 \cdots B_n$ ，得到传动链输出轴上回差综合公式：

$$B_{\Sigma} = B_n + \frac{B_{n-1}}{i_n} + \cdots + \frac{B_2}{i_3 i_4 \cdots i_n} + \frac{B_1}{i_2 i_3 \cdots i_n} = \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{i_{jn}} \quad (2.1)$$

$$i_{jn} = \prod_{k=j+1}^n i_k \quad (2.2)$$

i_{jn} 为第 j 级齿轮副的从动轴到传动链输出轴的传动比，且 $i_{(n-1)n} = i_n$ 。

理论上，对于已经加工好的传动链，可将各级齿轮传动的回差代入 2.1 式计算出该传动链的回差值。

实际生产中，往往需要在设计阶段就预先确定出所设计传动链回差的可能数值范围，用以评估设计方案是否最优，零部件精度分配是否合理。过去在常采用极值相加的方法计算回差，但这样得出的只是最大回差，实际上各影响因素同时处于最大值和同一时刻的几率很小。采用极值法得出的数据偏大，导致在零件加工阶段不合理的提高制造精度，增加成本。考虑到极值法不经济和传动链设计阶段只是给出各零部件公差，但一批零件的误差通常是在给定的公差范围内按一定的统计规律分布。所以，相对于极值法，用概率的方法建立传动链回差综合计算公式更为合理，更符合实际^[5]。

为便于概率法建立传动链综合回差的计算公式，现将齿轮传动各回差来源归纳如下：

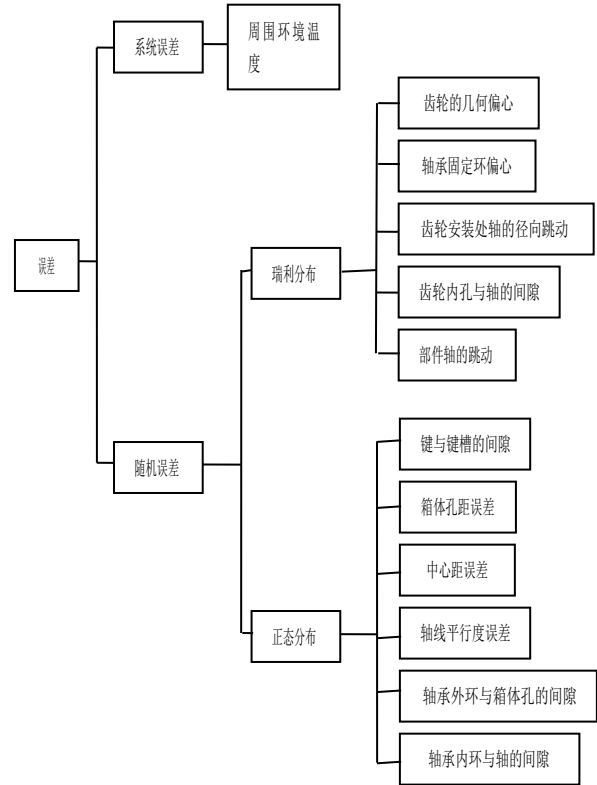


图 2.2 齿轮传动误差种类

在对齿轮传动装置进行精度估算时，往往只用到两种分布，正态分布用于尺寸误差估算，瑞利分布用于偏心误差估算，本文主要讨论正态分布在齿轮尺寸误差估算中的应用。

3 正态分布和齿轮尺寸误差

利用正态分布进行齿轮传动链精度分析前，先做如下假设：一是齿轮误差与其它各项误差都是连续性随机变量；二是各项误差的分布互相独立；三是各项误差的分布范围等于公差，分布中心与公差带重合。

3.1 正态分布

由于独立同分布随机变量和的分布近似于正态分布，由回差概率综合式 (2.1)，齿轮传动链各级的回差 B_j 满足独立同分布条件，有相同的数学期望和方差，所以可认为传动链的回

差近似服从正态分布^[6]。

$$\sigma_{BE} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\sigma_{Bj}}{i_{jn}}\right)^2} \quad (3.1)$$

$$\mu_{B\Sigma} = \mu\left(\sum_{j=1}^n \frac{B_j}{i_{jn}}\right) = \sum_{j=1}^n \frac{\mu_{Bj}}{i_{jn}} \quad (3.2)$$

最后由正态分布的 3σ 准则，容易得到这算到传动链输出轴端回差的极限值：

$$(B_{\Sigma})_{\min}^{\max} = \mu_{B\Sigma} \pm 3\sigma_{B\Sigma} \quad (3.3)$$

同理，把齿轮输入轴端的回差记为 $B_{\text{输入}}$ ，那么

$$B_{\text{输入}} = \sum_{j=1}^n i_{j1} B_{j\text{输入}} \quad (3.4)$$

$B_{\text{输入}}$ 对应的均值和方差为 $\mu_{B_{\text{输入}}}$ ， $\sigma_{B_{\text{输入}}}$ ，有

$$\sigma_{B_{\text{输入}}} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (i_{j1} \sigma_{B_{j\text{输入}}})^2} \quad (3.5)$$

$$\mu_{B_{\text{输入}}} = \mu\left(\sum_{j=1}^n i_{j1} B_{j\text{输入}}\right) = \sum_{j=1}^n i_{j1} \mu_{B_{j\text{输入}}} \quad (3.6)$$

通过对比输入端和输出端转角，即可求出齿轮传动系统的回差值。

4 结束语

通过上述分析，利用概率方法分析齿轮传动的回程误差，考虑了传动链各环节的影响因素，接近实际情况，更能准确反应齿轮传动的实际性能。

参考文献

- [1] 何航红.齿侧间隙对齿轮系统动力学行为的影响.[期刊论文]机械设计与制造 2012 (7)
- [2] 商向东.齿轮加工精度.机械工业出版社.1999 (9)
- [3] 宁延平;李运涛;徐娟,浅谈减小齿轮传动回差的结构措施.[期刊论文]机械制造 2012 (7)

[4] 孙兴学;李文武;宋茜.提高机械传动的方法和措施.[期刊论文]机床与液压

[5] 刘二乐,陈纯,王方成.谐波减速器的传动精度分析[期刊论文]机械工程师 2014 (02)

[6] 徐晓岭,王蓉华.概率论与数理统计,上海交通大学, 2013

作者简介：张磊磊（1990--），贵州仁怀市人，硕士研究生，2014 年本科毕业于哈尔滨工业大学机械设计制造及其自动化专业，现就读于南京理工大学机械工程学院，主要从事机械传动精度测试理论研究。

Tel:137-7031-6597

E-mail:351272927@qq.com