

计及尺寸公差和配合的平面连杆机构优化设计

王兴东 杨 柏 孔建益 张 华

(武汉科技大学机械自动化学院, 湖北 武汉 430081)

摘要 分析了设计与制造过程的关联性, 考虑了杆长公差和孔轴配合对系统运动精度的影响, 基于蒙特卡洛算法, 提出了计及公差和配合的平面连杆机构优化设计方法, 进行了制造后机构运动误差的预测。针对含间隙连杆角位移机构, 进行优化设计, 得到的结果与经典的模糊稳健优化设计及稳健优化设计的结果相比, 误差的均值和标准差变化一致, 说明了本文方法的有效性; 拓展应用于不同配合的间隙模型优化, 实现了设计阶段对机构运动误差范围的预测, 为机构优化设计提供了一套可量化的评价体系。

关键词 不确定性; 平面连杆机构; 蒙特卡洛算法; 尺寸公差; 配合公差; 优化设计

中图分类号 TH112, TH122

Optimal design of planar linkage mechanism with tolerances of dimensional and fit

Wang Xingdong Yang Bo Kong Jianyi Zhang Hua

(School of Machinery and Automation, Wuhan University of Science and Technology, 430081, China)

Abstract The problems of the relationship between design and manufacturing were analyzed, the influence of dimensional tolerance and fit tolerance on the motion accuracy of the system was considered in the design phase, then based on the Monte Carlo simulation, and the planar linkage mechanism optimal design model was set up. A typical four-bar mechanism was used as an illustrative example to carry out the optimal design. Compared with the results of the typical fuzzy robust optimal design and robustness design, it shows that the mean value and the standard deviation have the similar variation characteristics, so the method is effective. The method is furthermore applied in the optimization of the schemes with different fit tolerances, the prediction of motion errors in the design phase is achieved, a set of the quantitative evaluation system for mechanism optimal design is provided.

Key words uncertainty; planar linkage mechanism; Monte Carlo simulation; dimensional tolerance; fit tolerance; optimal design

在机构设计及制造的串行模式下, 基于经典机构学完成的设计必然与制造后的实际机构存在误差, 主要原因为制造后各零件尺寸在公差范围内具有离散性, 造成了实际机构运动误差存在不确定性^[1-2]。对于有批量生产需求的机构, 设计阶段如能有效预测并控制制造后机构的运动误差, 效益将是显著的^[3-4]。有效预测的难点在于设计过程能否有效融合设计与制造的关联关系。国内外学者对机构设计结合制造过程中影响因素的研究, 大致可分为两类方法: 第一类是通过对杆长尺寸误差的研究, 设计时考虑了由制造产生的杆长尺寸误差, 可降低制造后实际机构运动误差^[5], 但仅考虑杆长尺寸误差对精确预测制造后的机构运动误差仍显不足; 第二类考虑运动副间隙对实际机构运动误差的影响^[6-8], 使实际机构的运动误差进一步减小。

精细的机构设计, 应该是根据目标要求的运动精度, 合理选择公差及配合。本文基于蒙特卡洛算

法原理, 针对运动精度要求, 考虑孔轴配合, 计算系列配合下间隙杆尺寸的分布范围, 结合构件尺寸的公差分布, 进行参数优化, 优化结果通过运动误差的均值和标准差进行比较分析, 为确定合理设计方案提供可量化的评价体系。

1 计及公差和配合的平面连杆机构优化设计模型

机构的实际运动误差为

$$\Delta = y_{am} - y_{rm}$$

式中: y_{rm} 为机构的预期运动规律; y_{am} 为机构的实际运动规律。

目前实际机构多采用设计及制造串行模式实现, 而加工制造必然与公差和配合关联, 这些均增加了实际机构运动误差的不确定性^[4], 则实际机构

收稿日期: 2016-05-05.

作者简介: 王兴东 (1970-), 男, 教授, E-mail: 442309012@qq.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51275365); 国家高技术研究发展计划资助项目 (2014AA041504)。

的运动误差变为:

$$\Delta(X, Z) = y'_{am}(X, Z) - y_{rm}$$

式中: $X = x_1, x_2, \dots, x_p$ 为设计变量集即可控因素集, p 为设计变量的个数; $Z = z_1, z_2, \dots, z_q$ 为不可控因素集即噪声因素集^[9], q 为噪声因素的个数; $y'_{am}(X, Z)$ 为考虑了噪声因素及其他目标因素的机构实际运动规律, 噪声因素包括环境因素改变、制造参数波动、构件孔轴间配合公差、构件尺寸公差、形位公差和孔间偏差等。

通常机构优化为轨迹优化, 针对轨迹内的离散点存在的多点运动误差, 因此最终机构运动误差 δ 表示为

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{s} \cdot \sum_{n=1}^s (y'_{am}(X, Z) - y_{rm})^2} \quad (1)$$

式中 s 为离散点的数量。

令平面连杆机构优化设计模型的目标函数为:

$$\min F(X, Z) = \omega_1 \mu_\delta + \omega_2 \sigma_\delta \quad (2)$$

式中: μ_δ 和 σ_δ 分别为误差 δ 的均值和标准差;

ω_1 、 ω_2 为均值和标准差的权重系数^[8-9]。

机构根据使用条件及作用的不同造成了其形式的多样性, 故其杆件间必然存在特定关系 f_i (如整周回转特性、曲柄存在条件及最小传动角特性等), f_{ii} 为机构特性目标要求, 具体为

$$\begin{aligned} f_i(X, Z) - f_{ii} &\leq 0, X = x_1, x_2, \dots, x_p, \\ Z &= z_1, z_2, \dots, z_q, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

式中 n 为机构特性目标要求的数量。

最终计及公差和配合的平面连杆机构优化设计数学模型为

$$\begin{aligned} \min F(X, Z) &= \omega_1 \mu_\delta + \omega_2 \sigma_\delta \\ \text{s.t. } f_i(X, Z) - f_{ii} &\leq 0, i = 1, 2, \dots, n \\ X &= x_1, x_2, \dots, x_p, \quad X \in (X^L, X^U)^T \\ Z &= z_1, z_2, \dots, z_q, \quad Z \in (Z^L, Z^U)^T \end{aligned}$$

式中: X^L 和 X^U 分别为设计变量集取值的下界和上界 (由初始条件确定); Z^L 和 Z^U 分别为噪声因素集取值的下界和上界 (由设计及加工要求共同确定)。

2 含间隙运动副的平面四杆机构模型及实例分析

对于平面连杆机构, 构件的运动副配合及尺

寸加工误差, 对机构整体运动误差影响显著^[1-2]。设计变量集为转角、构件长度及其变化范围; 噪声因素集为构件间配合公差及构件的尺寸公差, 由于公差分布的随机性造成了整体机构运动误差的随机性。研究公差分布与构件位姿关联机理, 应用蒙特卡洛算法模拟出制造可能产生的构件尺寸及配合误差区间, 建立计及尺寸公差和配合的平面连杆机构优化设计数学模型。以连杆角位移机构为实例进行说明。

2.1 含间隙平面四杆机构位姿描述

在平面连杆机构中广泛应用四杆机构, 而铰链四杆机构是平面四杆机构最基本的结构型式^[10]。本文以铰链四杆机构连杆的角度变化为目标开展研究, 亦称作连杆角位移机构^[11-12]。根据 LEE 等的转动副“间隙杆”模型假设^[13], 设每根杆件均具有孔-轴式结构, 即机架的 A 点为孔, 曲柄的 A 点为轴, 曲柄的 B 点为孔, 连杆的 B 点为轴。图 1 为间隙杆作用下机构的具体位姿描述。

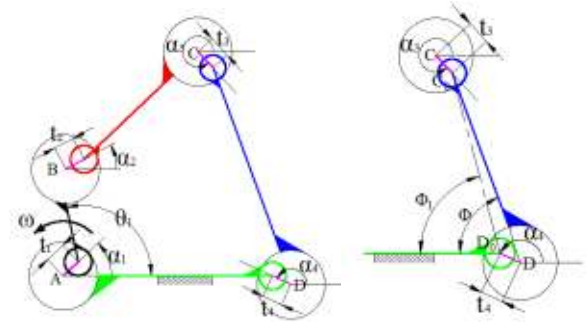


图 1 间隙杆作用下的机构位姿

图 2 等效杆模型

用间隙杆替换转动副, 形成八杆模型, 必然造成模型求解繁琐。根据文献[8], 采用了等效杆模型 (见图 2, 取图 1 中 CD 段进行描述), 用 $\overline{C_0D_0}$ 代替 $\overline{C_0D} + \overline{DD_0}$ 即用“等效杆”代替“原杆+间隙杆”, 形成了含等效杆的四杆模型。等效杆与原杆间数学关系可表示为:

$$C_0D_0 = C_0D + t_4 \cos \beta_4 \quad (4)$$

式中: C_0D 为原杆杆长; t_4 为转动副 D 的间隙杆杆长; α_4 为转动副 D 的间隙杆方位角; C_0D_0 为等效杆杆长; $\beta_4 = \Phi + \alpha_4$ 为相对方位角。

即由式 (4), 实现了由八杆机构转换为四杆机构, 可建立含间隙的平面四杆机构数学模型。

2.2 基于蒙特卡洛算法的优化设计模型分析求解

零件大批量生产时, 机构所有杆长尺寸公差服从正态分布, 而运动过程中间隙杆方位角服从均匀分布^[14]。蒙特卡洛算法适用于多元随机函数

的概率分析,且常用于公差分析^[15],这里采用该方法综合描述模型中公差和配合变量的概率分布,提出了含间隙平面连杆机构优化设计方法。

2.2.1 间隙杆杆长的蒙特卡洛算法模拟

间隙杆是按设计要求进行制造自然形成的,其杆长 t_k ($k=1,2,3,4$) 值为:

$$t_k = \frac{1}{2}(d_{hk} - d_{sk}) \quad (5)$$

设孔的内径的极限偏差为 d_{hk}^{ES} ,轴的外径的极限偏差为 d_{sk}^{es} ,制造后其尺寸误差服从正态分布,根据 3σ 原则^[1-4],可得孔和轴直径的标准差,即 $d_{hk} \sim N(\bar{d}_{hk}, \sigma_{hk})$, $d_{sk} \sim N(\bar{d}_{sk}, \sigma_{sk})$ 。

由正态分布抽样公式:

$$d_{vk} = \bar{d}_{vk} + \sigma_{vk} \sqrt{-2 \ln a} \begin{bmatrix} \cos 2\pi b \\ \sin 2\pi b \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: \bar{d}_{vk} 为孔内径或轴外径的尺寸均值; σ_{vk} 为标准差; $v=h, s$ 分别表示孔或轴;参数 a , $b \sim U(0,1)$ 。

基于蒙特卡洛算法,按式(6)进行随机抽样,得到孔 d_{hk} 和轴 d_{sk} 尺寸的样本值,其行向量表示为: $d_{hk1}, d_{hk2}, d_{hk3}, \dots, d_{hkN}$ 和 $d_{sk1}, d_{sk2}, d_{sk3}, \dots, d_{skN}$ (N 为抽样次数),对得到的样本由式(5)计算后,再按数理统计方法进行处理,即可得到间隙杆杆长 t_k 的均值 \bar{t}_k 和标准差 σ_{tk} ,即 $t_k \sim N(\bar{t}_k, \sigma_{tk}^2)$ 。

2.2.2 机构误差的蒙特卡洛算法模拟

基于蒙特卡洛算法原理,根据设计变量的取值范围和噪声因素的分布规律,进行抽样计算(抽样次数 $N=10^6$)^[16],得到式(1)中误差,用其均值和标准差完成目标函数的描述,结合特性约束条件,通过优化算法(本文使用粒子群算法)求解。具体步骤为如下所示。

步骤 1 对杆长、转角等可控因素在分布范围内取值,对杆长尺寸公差、间隙杆方位角、间隙杆杆长进行分布范围内抽样;

步骤 2 将取值和抽样的结果带入等效杆模型(式(4)),将得到的等效杆杆长集带入运动误差式(1),进一步可得到其均值和标准差,作为目标函数式(2)中的两个参数;

步骤 3 目标函数结合特性约束不等式(式(3)),进行优化计算,即可得到一组最优解。

2.3 含间隙连杆角位移机构优化设计实例分析

连杆角位移机构如图3所示,给定曲柄AB的

相对转角 θ_{li} (θ_l 为曲柄AB与固定机架AD的初始夹角, θ_{li} 为后续运动中 $A^{(i)}B^{(i)}$ 与其初始位置的夹角),连杆BC ($B^{(1)}C^{(1)}$ 为初始位置, $B^{(i)}C^{(i)}$ 为后续运动位置)进行相对转动。

连杆角位移 $\varphi_{li} = f(\theta_{li})$ (φ_l 为 $B^{(1)}C^{(1)}$ 与水平方向的夹角),为式(1)中机构的实际运动规律 y'_{am} ,表1中列出了需要实现的连杆角位移机构的各转角相对应的连杆的角位移 $\psi_{li}(\theta_{li})$ ^[11-12],为式(1)中机构的预期运动规律 y_{rm} 。

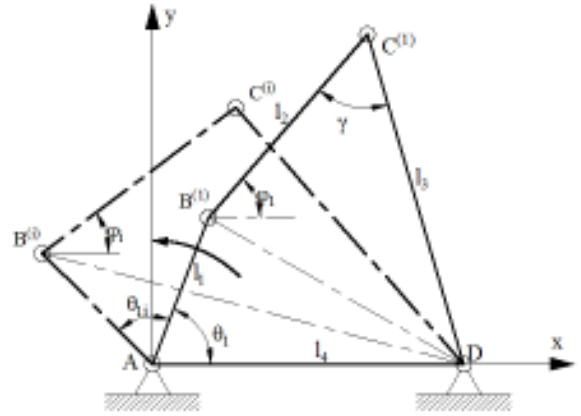


图3 连杆角位移机构

表1 要求实现的连杆角位移(°)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
θ_{li}	0	40	80	120	160	200	240	280	320
ψ_{li}	0	4	16	39	66	87	80	31	8

运动误差式(1)中机构的实际运动规律 (y'_{am})

为: $\varphi_{li} = \varphi_i - \varphi_1$ 。将式(4)得到的等效杆杆长直接替换 φ_i 和 φ_1 中的原杆杆长^[8],即:

$$\varphi'_i = \frac{l_1'^2 + l_2'^2 - l_3'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos(\theta_1 + \theta_{li})}{2l_2'\sqrt{l_1'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos(\theta_1 + \theta_{li})}} \pm \arccos \frac{2l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos(\theta_1 + \theta_{li})}{2l_4'\sqrt{l_1'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos(\theta_1 + \theta_{li})}}$$

$$\varphi'_1 = \frac{l_1'^2 + l_2'^2 - l_3'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos\theta_1}{2l_2'\sqrt{l_1'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos\theta_1}} - \arccos \frac{2l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos\theta_1}{2l_4'\sqrt{l_1'^2 + l_4'^2 - 2l_1'l_4'\cos\theta_1}}$$

式中: $(\theta_1 + \theta_{li})$ 在 $(0, \pi]$ 区间时, φ'_i 中取“+”,而在 $(\pi, 2\pi]$ 区间时, φ'_i 中取“-”; l_1, l_2, l_3, l_4 分别为曲柄AB、连杆BC、摇杆CD和固定机架AD的杆长; $l'_k = l_k + t_k \cos \beta_k$, $k=1,2,3,4$, l'_k 为等效杆杆长如式(4)中 C_0D_0 , l_k 为原杆杆长如式(4)中的 C_0D , β_k 为式(4)中A, B, C, D四点的间隙杆相对方位角。

这样实际运动规律 (y'_{am}) 变为 $\varphi_{li} = \varphi'_i - \varphi'_1$ 。而含间隙连杆角位移机构的运动误差变为

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^9 (\psi_{li}(\theta_{li}) - \varphi_{li}(l_1, l_2, l_3, \theta_1, \Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, t_k, \alpha_k))^2}$$

式中： Δl_k 为对应各杆长的尺寸公差； α_k 为对应转动副的间隙杆方位角。

上式中 $(l_1, l_2, l_3, \theta_1)^T$ 为式(1)中的设计变量

X ， $(\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, t_k, \alpha_k)^T$ 为式(1)中的噪声因素 Z 。

2.3.1 连杆角位移机构的优化设计模型建立

由文献[10]，设所有转动副的孔的内径和轴的外径的基本尺寸在(10,18] mm 内，根据配合特性及使用条件，选择了3种从小到大的间隙配合（分别为 $\frac{H8}{g7}$ 、 $\frac{H7}{f6}$ 、 $\frac{H8}{e8}$ ）。为简化后续说明，分别

用1、2和3表示不同配合，如A点为 $\frac{H8}{g7}$ 、B点

为 $\frac{H8}{e8}$ 、C点为 $\frac{H8}{e8}$ 、D点为 $\frac{H7}{f6}$ ，则ABCD各铰

点的配合描述为1332方案。由文献[10]查得孔与轴的极限偏差数值，通过2.2.1节方法求出的间隙杆杆长均值和标准差如表2所示。

表2 三种不同配合间隙杆杆长均值 \bar{l}_k 和标准差 σ_{ik} mm

序号	配合类型	\bar{l}_k	σ_{ik}
1	$\frac{H8}{g7}$	0.00898	0.00326
2	$\frac{H7}{f6}$	0.01839	0.00258
3	$\frac{H8}{e8}$	0.02318	0.00276

模型的可控因素和噪声因素分布见表3，其中曲柄 l_1 、连杆 l_2 和摇杆 l_3 的标准差根据 3σ 原则得到^[1-4]。

表3 可控因素和噪声因素的分布参数

变量	均值	标准差	分布类型	下标
$l_k(mm)$	\bar{l}_k	$\Delta l_k / 3$	正态分布	$k=1,2,3$
$t_k(mm)$	\bar{t}_k	σ_{ik}	正态分布	$k=1,2,3,4$
$\alpha_k(^{\circ})$	$\bar{\alpha}_k$	$\sigma_{\alpha k}$	$[0, 2\pi]$ 均匀分布	$k=1,2,3,4$

表4 本文方案结果与文献[11]对比

方案	l_1/mm	l_2/mm	l_3/mm	θ_1°	$\Delta l_1/mm$	$\Delta l_2/mm$	$\Delta l_3/mm$
原方案 ^[11]	50.193	77.651	109.973	120.927	0.021	0.028	0.035
本文方案	50.276	77.875	110.231	120.958	0.0219	0.0212	0.0372

表5 本文方案结果与文献[12]对比

方案	l_1/mm	l_2/mm	l_3/mm	θ_1°	$\Delta l_1/mm$	$\Delta l_2/mm$	$\Delta l_3/mm$
原方案 ^[12]	50.04	77.32	109.85	121.05	0.290	0.225	0.125
本文方案	50.146	78.497	111.614	121.017	0.271	0.105	0.342

计及尺寸公差和配合的连杆角位移机构优化设计模型为：

$$\min F(X, Z) = \omega_1 \mu_{\delta} + \omega_2 \sigma_{\delta}$$

$$t_1 + l_1 + l_2 + t_2 \leq t_3 + l_3 + t_4 + l_4$$

$$t_1 + l_1 + l_3 + t_3 \leq t_2 + l_2 + t_4 + l_4$$

$$t_1 + l_1 + l_4 + t_4 \leq t_2 + l_3 + t_3 + l_4$$

$$\cos \gamma_{\min} \geq \frac{l_2^2 + l_3^2 - l_1^2 - l_4^2 + 2l_1 l_4 [\cos(\theta_1 + \theta_{li})]_{\max}}{2l_1 l_3}$$

$$X^L = (40, 65, 100, 110)^T, \quad X^U = (60, 85, 120, 130)^T$$

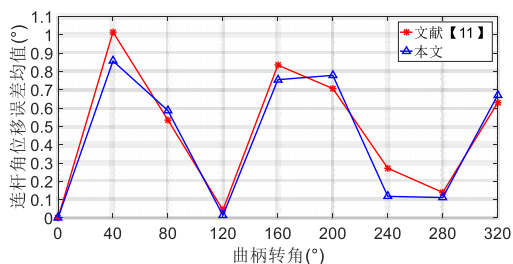
$$Z^L = (0.01, 0.01, 0.01)^T, \quad Z^U = (0.05, 0.05, 0.05)^T$$

式中：设定 $l_4 = 100$ mm 及其公差 $\Delta l_4 = 0.024$ mm^[11-12]；取 $\omega_1 = 1$ 、 $\omega_2 = 1$ ^[8-9]；杆长 l_1, l_2, l_3 尺寸公差的范围 Z^L 和 Z^U 根据线位置度公差^[10]确定。

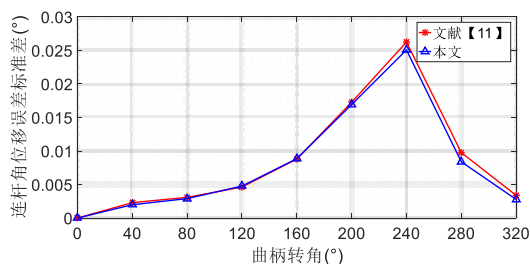
2.3.2 优化设计模型的求解及结果分析

针对连杆角位移机构，文献[11]基于经典的模糊稳健优化设计原理建立了无间隙的优化设计数学模型，得到了杆件长度尺寸及其公差，选用相同的设计变量及其公差的允许范围，采用本文建立的模型进行了优化计算，结果比较见表4。文献[12]为降低成本采用了更大的设计容差，设计变量的公差范围的上限提高为 $Z^U = (0.5, 0.5, 0.5)^T$ ，其他条件同文献[11]，基于经典的稳健优化设计原理得到了杆件的另一组设计尺寸及其公差，选用与文献[12]相同的设计变量公差范围，同样利用本文提出的优化模型进行计算，结果比较见表5。

机构多以其运动误差的均值和标准差进行优化结果评价^[3-8, 17-18]。将得到的优化结果再带入2.2.2节中算法的前两个步骤进行计算，即可得到两种方案运动误差的均值和标准差（对不含间隙方案只需将间隙杆杆长设为0即可）。结果见图4~7。

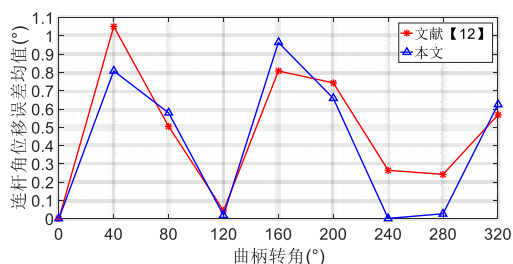


(a) 误差均值

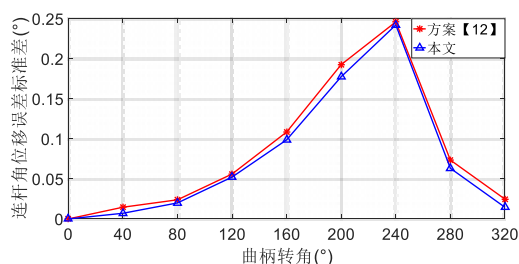


(b) 误差标准差

图4 与文献[11]方案连杆角位移对比



(a) 误差均值



(b) 误差标准差

图5 与文献[12]方案连杆角位移对比

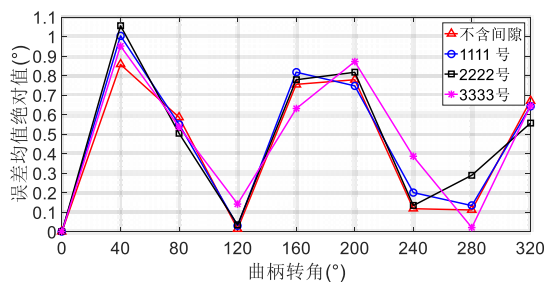
由图4~7可知,针对无间隙连杆角位移机构,本文模型计算得到的方案同文献[11]和文献[12]得到的方案,误差的均值绝对值和标准差的变化一致,说明了提出的优化设计模型的正确性。文献[12]设计变量的上限提高了10倍,同本文方案比较(见图6),误差均值绝对值产生了一定的差异(曲柄转角在240°,差值最大,为0.26°);同文献[11]方案比较(图5和图7),误差标准差的变化趋势相同,但数量值差距显著(曲柄转角在240°,出现最大值,

差距9.7倍)。因此设计变量容差如何确定,还须进一步讨论。

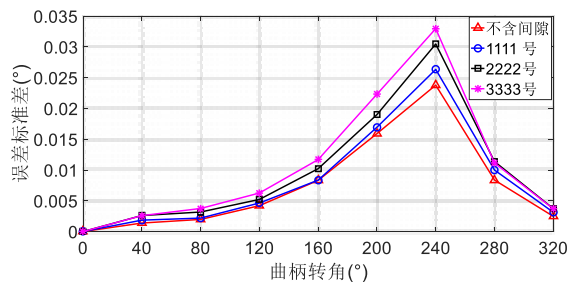
这里根据文献[10],选用了同文献[11]的设计变量范围,计算了四种(所有铰点无间隙、最小间隙1111、中等间隙2222和最大间隙3333)方案的设计参数及运动误差。表6中列举了求得的四种方案的设计参数结果,图8和图9为这四种方案运动误差的均值和标准差变化曲线。

表6 本文四种方案优化结果对比

方案	l_1/mm	l_2/mm	l_3/mm	$\theta_1/^\circ$	$\Delta l_1/mm$	$\Delta l_2/mm$	$\Delta l_3/mm$
无间隙	50.276	77.875	110.231	120.958	0.0219	0.0212	0.0372
1111号	50.236	77.723	110.013	120.903	0.0233	0.0226	0.0436
2222号	50.058	77.298	109.898	121.047	0.0224	0.0225	0.0449
3333号	50.011	77.008	109.892	121.673	0.0229	0.0227	0.0473



(a) 误差均值



(b) 误差标准差

1—无间隙; 2—1111; 3—2222; 4—3333.

图6 四种方案连杆角位移对比

3 结论

a.针对制造后的实际机构整体运动误差不确定性,分析了设计制造的关联性,在设计过程中考虑公差和配合对系统运动精度的影响,基于蒙特卡洛算法,提出了计及公差和配合的平面连杆机构优化设计方法,进行制造后机构运动误差的预测。

b.由图 4~7 可知:本文方法同文献【11】及文献【12】的方法相比,虽设计变量的容差范围不同,但误差均值和标准差的变化一致,证明本文方法的有效性。

c.由图 8 可知:随着间隙增大(尤其 2222 和 3333 号方案),曲柄转到特殊角度时(图中 160° , 240° 和 280°),误差均值会出现一定的波动。由图 9 可知:随着配合间隙增大,运动误差的标准差增加,即实际机构在各点均值处的波动增大,机构运动不确定性增加。本文提出的模型,可定量地描述不同的铰点配合组合和杆件尺寸公差对实际机构运动误差的影响。

d.在保证设计精度的前提下,为降低加工成本,对于连杆机构铰点配合组合方案和杆件加工公差范围等问题,可在本研究基础上,在设计阶段即进行体系化、精细化地定量预测。

参考文献

- [1] Luo Kang, Wang Jing, Du Xiaoping. Robust mechanism synthesis with truncated dimension variables and interval clearance variables [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 57: 71-83.
- [2] Luo Kang, Du Xiaoping. Probabilistic mechanism analysis with bounded random dimension variables [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 60: 112-121.
- [3] Gogate G R, Matekar S B. Optimum synthesis of motion generating four-bar mechanisms using alternate error functions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 54: 41-61.
- [4] Zhu Jianmin, Ting K-L. Uncertainty analysis of planar and spatial robots with joint clearances [J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35: 1239-1256.
- [5] 董玉革,倪峥,赵显德,等. 曲柄滑块机构运动模糊可靠性分析的简便方法[J]. 合肥工业大学学报, 2004, 27(11): 1448-1452.
- [6] 宋黎,杨坚. 尺寸型对含间隙平面连杆机构误差传递系数的影响[J]. 湘潭大学自然科学学报, 1999, 21(3): 64-69.
- [7] 谭晓兰,韩建友,陈立周. 考虑运动副间隙影响的函数发生机构的稳健优化设计[J]. 北京科技大学学报, 2004, 26(4): 416-419.
- [8] 郭惠昕,岳文辉. 含间隙平面连杆机构运动精度的稳健优化设计[J]. 机械工程学报, 2012, 03: 75-81.
- [9] 陈立周,俞必强编著. 机械优化设计方法[M]. 北京:冶金工业出版社, 2014.
- [10] 成大先编著. 机械设计手册[M]. 北京:化学工业出版社, 2013.
- [11] 曾经梁. 连杆角位移再现机构的模糊稳健优化设计方法[J]. 机械科学与技术, 2003, 06: 974-976.
- [12] 谭晓兰,韩建友,何广平. 再现连杆角位移机构的稳健优化设计[J]. 北京科技大学学报, 2007, 10: 1051-1053.
- [13] Lee S J, Gilmore B J. The determination of the probabilistic properties of velocities and acceleration in kinematic chains with uncertainty[J]. Journal of Mechanical Design, 1991, 113(1): 84-90.
- [14] Tsai M J, Lai T H. Accuracy analysis of a multi-loop linkage with joint clearances[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43: 1141-1157.
- [15] 吕程,刘子建,艾彦迪,等. 多公差耦合装配结合面误差建模与公差优化设计[J]. 机械工程学报, 2015, 18: 108-118.
- [16] 袁贵星,王平. 蒙特卡洛模拟及其在公差设计中的应用[J]. 天津科技大学学报, 2008, 02: 60-64.
- [17] Shin S, Kongsuwon P, Cho B R. Development of the parametric tolerance modeling and optimization schemes and cost-effective solutions[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 207: 1728-1741.
- [18] Huang Xianzhen, Zhang Yimin. Robust tolerance design for function generation mechanisms with joint clearances [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45: 1286-1297.